**Lembar Kerja 7**

**Nilai dan Vektor Eigen & Diagonalisasi**

**Nama : Kelas :**

**NPM : Asdos :**

**Pasjar :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tujuan pemelajaran**  Mahasiswa mampu:   1. menentukan vektor dan nilai eigen, menganalisis sifat matriks berdasarkan nilai eigen, dan menjelaskan ruang eigen. 2. mengidentifikasi matriks yang dapat didiagonalisasi, 3. mendiagonalkan matriks dan menentukan basis *Rn* yang terdiri atas vektor-vektor eigen, 4. menjelaskan similaritas dan membuktikan sifat-sifat invarian similaritas | | |
| No | Pemicu | **Catatan** |
| 1. **Soal Uraian.** Jawablah soal-soal berikut ini, untuk soal hitungan tunjukkanlah prosedur penyelesaiannya (bukan hanya hasil akhir) | | |
|  | Berikan contoh matriks *A* dengan ordo 2x2 beserta vektor **a** dan **b**, dengan ketentuan **a** merupakan vektor eigen dari *A* dan **b** bukan merupakan vektor eigen dari *A*. Tentukan juga nilai eigen yang bersesuaian dengan **a**. |  |
|  | Apakah nilai eigen dari suatu matriks selalu merupakan bilangan riil ? Jelaskan alasanmu disertai dengan contohnya. |  |
|  | Diberikan matriks   1. Tentukan semua nilai eigen dari *A*. 2. Ambil λ, salah satu nilai eigen dari *A*. Tentukan himpunan semua vektor eigen yang bersesuaian dengannya? 3. Ruang eigen dari *A* yang bersesuaian dengan λ (nilai eigen yang dipilih di bagian (b)) adalah………. 4. Pada contoh di atas, ruang eigennya adalah………. dan himpunan semua vektor eigen adalah………. 5. Apakah ruang eigen memuat selain vektor eigen? 6. Tentukan ruang eigen untuk nilai eigen lain selain λ. |  |
|  | Buktikan bahwa: SPL hanya memiliki solusi trivial jika dan hanya jika 0 bukan merupakan nilai eigen dari . |  |
|  | Jika *A* matriks *n*x*n*, λ adalah bilangan nyata, dan *k* adalah bilangan bulat positif, maka pernyataan-pernyataan berikut ekuivalen (mempunyai nilai kebenaran yang sama):   1. λ adalah nilai eigen untuk *A*   λ adalah akar persamaan karakteristik……….   1. Terdapat vektor tak nol **x** sedemikian hingga………. 2. SPL (λ*I –A*)**x** = **0** mempunyai penyelesaian………. 3. adalah polinom berderajat ….. yang salah satu akarnya bernilai ….. bila bentuk ebt() |  |
|  | Misalkan adalah matriks berukuran nxn, adalah suatu nilai eigen dari , dan adalah vektor eigen yang berpadanan.   1. Buktikan bahwa, untuk bilangan bulat positif, adalah suatu nilai eigen untuk dan adalah vektor eigen dari yang berpadanan. 2. Berikan contoh dari pernyataan poin a dengan menggunakan suatu matriks berukuran 2x2 dan . |  |
|  | Berikan masing-masing satu contoh matriks berordo 3x3 yang mempunyai tiga nilai eigen berbeda, dua nilai eigen berbeda dan satu nilai eigen. Mungkinkah ada matriks 3x3 yang mempunyai empat nilai eigen berbeda? Jelaskan. |  |
|  | * 1. Diberikan matriks *A* dan nilai eigen *k*. Definisikan multiplisitas geometri dan aljabar untuk nilai eigen *k*.   2. Jelaskan mengapa multiplisitas geometri nilai eigen minimal 1.   3. Berikanlah masing - masing satu buah contoh :      1. Matriks yang nilai eigennya adalah dengan multiplisitas geometrinya < multiplisitas aljabarnya.      2. Matriks yang nilai eigennya adalah dengan multiplisitas geometrinya = multiplisitas aljabarnya.   Tunjukanlah juga matriks yang dipilih sebagai contoh memenuhi ketentuan - ketentuan yang disyaratkan. |  |
|  | Misalkan matriks berukuran   1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan dapat didiagonalkan dan tentukanlah juga syarat yang harus dipenuhi agar dapat didiagonalkan. 2. Bagaimanakah prosedur untuk mendiagonalkan ? 3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan terdiagonalisasi secara ortogonal dan tentukanlah juga syarat yang harus dipenuhi agar dapat didiagonalkan. 4. Jelaskan apakah setiap matriks yang dapat didiagonalkan pasti dapat terdiagonalkan secara ortogonal. |  |
|  | Diberikan matriks   1. Tentukan multiplisitas geometri dan multiplisitas aljabar dari masing-masing nilai eigen matriks tersebut. 2. Apakah matriks di atas dapat didiagonalkan? Jika bisa, tentukan matriks *P* dan *D* nya. Jika tidak bisa, jelaskan alasannya. |  |
|  | Diberikan polinom karakteristik matriks *A*: (λ+1)2(λ+2) (λ-1)3 = 0.   1. Tentukan ordo matriks *A*. 2. Apakah *A* mempunyai inverse? Jelaskan. 3. Apakah dapat didiagonalkan ? Jelaskan |  |
|  | Diberikan matriks .   1. Tentukan diagonalisasi matriks *A*, (tuliskan langkah-langkahnya). 2. Tunjukkan bahwa terdapat basis *R*3 yang terdiri atas vektor-vektor eigen dari *A*. |  |
|  | Matriks *A* dan *B* dikatakan similar jika dan hanya jika terdapat matriks *P* sedemikian hingga *A* = *PBP*-1. Jika *A* dan *B* similar, tunjukkan bahwa   * 1. Det(*A*) = det(*B*)   2. *A* dan *B* bersama-sama mempunyai inverse atau tidak mempunyai inverse.   3. Persamaan karakteristik *A* dan *B* sama.   4. Nilai-nilai eigen *A* sama dengan nilai-nilai eigen *B*.   5. Vektor-vektor eigen *A* dan *B* bisa jadi berbeda. |  |
| 1. **Tentukan nilai kebenaran kalimat-kalimat berikut ini dengan memberikan alasan/ penjelasan** | | |
|  | Jika vektor **v** adalah vektor eigen matriks *A*, maka *k***v** juga vektor eigen asalkan *k* ≠ 0.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | *A* ekuivalen baris dengan *B*, maka *A* dan *B* mempunyai nilai eigen yang sama.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Diketahui bahwa dua vektor eigen saling bebas linear, dapat disimpulkan bahwa mereka berasal dari ruang eigen yang berbeda.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Jika *A* matriks yang mempunyai inverse yang dapat didiagonalkan, maka (*AT*)-1 juga dapat didiagonalkan.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | *A* matriks berordo 3x3. *A* dapat didiagonalkan, maka terdapat basis *R*3 yang terdiri atas vektor-vektor eigen dari *A*.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Jika matriks dapat didiagonalkan, maka matriks yang mendiagonalkan tunggal.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | *A* dan *B* saling similar. *B* dan *C* saling similar, maka det(*A*) *=* det(*C*).  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
| 1. **Refleksi:** Jelaskan bagaimana kaitan antara konsep-konsep berikut ini: nilai eigen, aljabar matriks, sistem persamaan linier homogen, operasi baris elementer, dan determinan. | | |